

Estudios de Metrología Antigua Otra cara del espacio-tiempo Studies of ancient metrology Another face of space-time

Alberto Camacho Ríos*

*Doctor en Matemática Educativa por el Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional, México. Profesor investigador del Tecnológico Nacional de México, camachoalberto@hotmail.com

Cómo citar / How to cite

Camacho, A. (2018). Estudios de Metrología Antigua: otra cara del espacio-tiempo. Yulök Revista de Innovación Académica, 2(1), 89-100. <https://doi.org/10.47633/yulk.v2i1.481>

Resumen

En esta comunicación se presenta el uso de una metrología antigua en la determinación de la magnitud del arco de meridiano que comprendía la región egipcia hace unos 3000 años a. C. Los elementos de esa metrología se encuentran presentes en las magnitudes de monumentos importantes como la Gran Pirámide de Guiza y los templos ubicados en el sitio arqueológico de Teotihuacán. Ambos yacimientos, alejados por el espacio-tiempo, fueron levantados a partir de magnitudes que se desprenden de un mismo sistema de medición de naturaleza astronómica, cuyos números involucrados representan las revoluciones de los planetas que esas civilizaciones ampliamente observaban. En el artículo se describe el sistema de medición utilizado por ambas culturas, así como los sistemas numéricos en juego.

Palabras clave: metrología antigua, revoluciones planetarias, pie egipcio, codo geográfico

Abstract

This manuscript reports the use of an ancient metrology system to determine the magnitude of the meridian arc above the Egyptian region circa the year 3000 BC. The elements of this system are present in the magnitudes of important monuments such as the Great Pyramid of Giza and the temples located in the Archaeological Site of Teotihuacan. Both sites, separated by space-time, were devised from magnitude values that arise from the same measurement system of astronomical nature, whose numbers represent the revolutions of the planets that these civilizations widely observed. The present article describes the measurement system used by both cultures, as well as the numerical systems at play.

Keywords: ancient metrology, planetary revolutions, Egyptian foot, geographical cubits

Arqueología y Metrología

Newton y el templo de Salomón

Las primeras referencias que se tienen de unidades de medición aparecen en la Biblia, en la que se contemplan las longitudes de diferentes templos en *codos*, fragmento que desde hace varios años investigadores presumen en una longitud aproximada de 45 centímetros. Uno de los grandes metrólogos, Isaac Newton, se sintió cautivado por la belleza y la fuerza simbólica de la arquitectura del Templo de Salomón, levantado cerca del año 960 a.

C., por instrucciones transmitidas al profeta Ezequiel por Yahvé. En dicha época, además, tenía gran interés por la ciencia antigua. Enfocó su atención en la filosofía, la mitología y, principalmente, en la *cronología* de las antiguas civilizaciones. Newton rescató las verdaderas medidas del edificio cuyos números consideraba, por obvias razones, de origen *divino*, que habían sido tergiversados a través de los siglos. Analizó detalladamente la geometría del establecimiento, cuyas medidas se mencionan tanto en el Nuevo Testamento como en el Corán y reportó las magnitudes en *codos* antiguos, en un libro titulado *The chronology of ancient kingdoms amended*, publicado en Londres en 1728. *The chronology*, bajo su apariencia

técnica, esconde una síntesis del pensamiento de Newton sobre Dios, la historia humana y su destino; fue considerado como uno de los escritos apócrifos, no científicos, de su obra.

Sin embargo, los diseños en planta del templo y de los muros que lo resguardan, aportan una evidencia valiosa de la realidad original de la construcción. Newton dedicó a esta investigación cerca de 60 años, muchos más que a los *Principia*, sin haber encontrado la *divinidad* en los números que representan las medidas del templo. Con ese mismo interés, dedicó también bastante tiempo hurgando en las medidas de las pirámides egipcias y, con la misma desazón, no acertó en los resultados que esperaba. Sin embargo, el mérito de Newton, registrado en la obra citada, se encuentra en haber determinado con suficiente precisión el tamaño en pies ingleses del fragmento de medida que hoy se reconoce como *codo real* egipcio (los *codos antiguos*, que he mencionado, son realmente *codos reales* en el sentido de Newton), que describo más adelante.

Los monumentos egipcios y otros siguen en pie y fueron levantados por seres humanos que habitaron un mundo remoto. Utilizaron sistemas de medición que, de naturaleza divina o no, son diferentes de los actuales, mas no alejados. En la época de las investigaciones metrológicas de Newton, la ciencia de la arqueología era por demás limitada, además, las plataformas de las pirámides se encontraban enterradas por arena de siglos de abandono y deterioro, lo cual dificultaba las investigaciones. Sin embargo, diferentes expediciones de arqueólogos, principalmente alemanas y británicas, desde finales del siglo XIX, se aventuraron a desenterrar un sinnúmero de templos-zigurat en la región de Medio Oriente. Se desplegaron, además, levantamientos topográficos en la planicie de Guiza con el fin de tener un control metrológico preciso y definitivo de las longitudes de las pirámides principales.

Otro tanto ocurría con las exploraciones arqueológicas de monumentos prehispánicos en México. Con esas actividades, la arqueología se instauró como una ciencia autónoma con el acierto de incluir en su praxis el concepto de *medida* de las longitudes de las estructuras materiales, lo cual fue inherente de las actividades de exploración hasta mediados del siglo XX. Lo anterior permitió mirar otras fuentes de estudio para reafirmar o negar las medidas de los propios monumentos que menciona la Biblia. Con el paso del tiempo, ello dio lugar para construir nuevas ramas de la arqueología, como la arqueoastronomía, que han dado pie para reconocer ciertos significados de la ciencia de la prehistoria sin atinar, todavía, en el verdadero significado de las magnitudes monumentales.

No obstante, la *metrología antigua* es una ciencia olvidada y poco considerada actualmente por la arqueología, debido a que pocos investigadores han incursionado en el reconocimiento de los fragmentos de medida de los instrumentos de medición. Esos fragmentos contienen atributos del origen de la ciencia antigua que Newton no pudo desentrañar y que reflejan una visión fundamentada.

Este artículo se enfoca por el reconocimiento de esos fragmentos y, principalmente, en el significado que otorgan a las medidas de los monumentos, que destacan una perspectiva de estudio relacionada con el tiempo y el espacio. Ante ello, dejó ver que los fragmentos determinan un sistema de medición que atraviesa diferentes culturas y civilizaciones a lo largo de unos cinco siglos. El problema que confrontó Newton consiste en que no alcanzó a mirar que las magnitudes del templo de Salomón. No se midieron en codos reales como él lo supuso, sino en *codos geográficos* egipcios. Otro fragmento del instrumento de medición que se deduce del primero y que se utilizaba ampliamente en la medición de todo tipo de longitudes, principalmente aquellas de naturaleza geográfica. El codo geográfico es el eje central sobre el que se han construido las explicaciones sobre los monumentos, que el lector podrá apreciar en el escrito.

Historia del tiempo

S. W. Hawking publicó, en 1988, *A brief history of time*, una obra de divulgación sobre el espacio y tiempo en la que intenta explicar el origen del universo, *sin que los lectores tengan conocimiento de las matemáticas*. Como varios de los investigadores de la historia de la ciencia, sus explicaciones parten de la ortodoxia de la ciencia griega, principalmente de las observaciones astronómicas desarrolladas por el filósofo Aristóteles cerca del año 340 a. C. Hawking asume que Aristóteles estimó la circunferencia de la Tierra en 400 000 estadios (*On the heavens* II, 298 B) a partir de la posición aparente de la estrella polar entre las regiones de Egipto y Grecia, en tanto la magnitud de un estadio la considera cercana a 200 metros. En su discurso, los 400 000 estadios, incluyendo el tamaño del instrumento, son magnitudes *aproximadas*, como si la situación *prehistórica* de estas últimas fuera sinónimo.

Si Hawking hubiera hurgado en la antigua astronomía, unos 2000 años antes de Aristóteles, se hubiera enterado de que geógrafos habían determinado la longitud del arco de meridiano que comprende la región egipcia, contenida en esa época en 7.5 grados sexagesimales, incluyendo a la Gran Pirámide de Guiza, en 1 800 000 *codos geográficos* egipcios (Stecchini, 1971). De aquí que la circunferencia de la Tierra, que pasa por ambos polos, se llegó a consi-

derar en los 86,400,000 codos geográficos. Esa magnitud es reveladora, puesto que se descompone en el producto de los siguientes fragmentos de números:

$$86,400,000 = 384 \times 225 \times 1,000$$

Ambos, 384 y 225, simbolizan, el primero, un año lunar que se compone de 13 meses de 29.5384615... días cada uno mientras que el segundo, 225, representa el movimiento sideral del planeta Venus —actualmente se admite en los 29.53 días, el primero, por 224.7, el segundo—, su *tiempo periódico* como comúnmente se le conoce, es decir la cantidad de días que el planeta recorre sobre un plano hipotético de 360°. De lo anterior, es fácil deducir que un estadio, en el sentido de Aristóteles, mide 216 codos geográficos egipcios (c.g), puesto que, $86,400,000 \div 400,000 = 216$, que se descomponen en los siguientes factores:

$$216 = 29.5384615... \times 3.65625 \times 2 \text{ c.g}$$

El primero de estos, 29.5384615..., como ya se mencionó, es un mes *sinódico* lunar, mientras que 3.65625, corresponde a un centésimo de un *año solar* de 365.625 días. Además, los 400 000 estadios se pueden acomodar en el siguiente producto de factores:

$$400,000 = 260 \times 1.153846... \times 1.333... \times 1,000 \text{ estadios}$$

En este caso, el número 260 representa un *año ritual*, que tiene que ver con las revoluciones sinódica y sideral del planeta Venus (Camacho, 2017), puesto que su proporción resulta ser equivalente a este último; es decir:

$$585 \div 225 = 2.6$$

Además, la cifra 1.333... proporciona a las revoluciones sinódicas de Marte, reconocida en la antigua astronomía en 780 días, y Venus, de 585 días, es decir:

$$1.333... = 780 \div 585$$

Hawking no alcanzó a percibir esta *otra cara del tiempo* y hubo de conformarse para su interpretación con lo *pre-histórico-aproximado* de esa realidad, en tanto su propia visión cosmológica. En esa cara antigua **las medidas del tiempo sirven de medida al espacio**, toda vez que se utilizan como *instrumento de medición*, además de que le asignan un significado. No obstante, para medir el espacio físico terrestre con esa herramienta, al menos unos 3000 años a. C., el tiempo tenía ya un reconocimiento explícito, debidamente estructurado en los números que representan las revoluciones planetarias. Ese reconocimiento preciso del tiempo en meses y años lunares, años solares y años rituales, así como los movimientos sinódico y sideral de los diferentes planetas, debió gestarse a lo largo de cientos de años de observaciones desarrolladas por astrónomos de la prehistoria.

Metodología

El objetivo en el escrito es mostrar las características fundamentales de una faceta metroológica distinta del tiempo. Para ello se ha organizado a partir de tres componentes metodológicos: la *matemática*, el *tiempo* y el *espacio*, sin que siga ese orden. En la primera, la matemática, se integran los sistemas numéricos antiguos que determinaban las medidas de las revoluciones planetarias; en la segunda, el tiempo, se establece la concepción que se tenía en la antigüedad de las revoluciones de los planetas y, en la tercera, el espacio, se eligen y analizan los *lugares*, que llamaremos más enfáticamente *sitios* físicos, considerados por hoy yacimientos arqueológicos, que esas revoluciones miden, entre otros Guiza en Egipto y Teotihuacán en México.

Así, se sigue un método cuantitativo sujeto a la investigación de las Ciencias Físicas: geografía, geodesia, topografía, astronomía, arquitectura y matemáticas, que en este sentido se asumen a la arqueología, con las que se ha identificado regularidades en los sistemas de medición y sistemas numéricos utilizados por los grupos en estudio. Los instrumentos para la recogida de datos incluyen una medición sistemática precisa de las magnitudes de los monumentos de las culturas citadas, sin resaltarlos a través de análisis estadístico, sino por la comparación de magnitudes entre sus longitudes.

Los fragmentos de los instrumentos de medición que corresponden a la metrología antigua se han rescatado de los escritos originales de Stecchini (1971), así como los obtenidos por Newton que aparecen en su obra *Dissertation cubit*, comentados ampliamente por Morrison (2011). Las longitudes originales de los monumentos involucrados en la investigación fueron medidas por diferentes técnicos e investigadores. La pirámide de Guiza fue levantada a partir de un levantamiento topográfico por T. H Cole a principios del siglo XX destacando las longitudes con una aproximación de milímetros. Por su parte, Sugiyama (2010) midió diferentes longitudes del sitio de Teotihuacán al utilizar una Estación Total Topográfica que apreciaba las longitudes hasta \pm un centímetro. Se han cotado estas últimas haciendo uso del software conocido como Google Earth Pro, que se comentan en el apartado correspondiente.

Antes de ello, se plantean algunos acercamientos actuales desde el espacio-tiempo, que se consideran *referentes teóricos*, que en cierta medida justifican la visión cosmológica de la realidad metroológica de la prehistoria.

Referentes

Espacio-tiempo

En 1928, el físico germano Hans Reichenbach había publicado la obra *Philosophie der Raum-Zeit-Lehre* (La filosofía del espacio y tiempo¹) en la que plantea una justificación diferente a la expuesta por Einstein a la teoría de la relatividad. El fundamento de Einstein parte de considerar al tiempo como un componente más de las coordenadas espaciales (x, y, z) ; es decir, una concepción del espacio-tiempo en cuatro dimensiones, en la cual el tiempo corresponde la cuarta.

Esa postura, afirma Reichenbach, en el campo de la epistemología solo ha hecho más confuso el problema... dando a esa cuarta dimensión un cierto aire de misterio (p. 110). El tiempo es pensado como una especie de extensión lineal del *espacio*, que difícilmente se puede visualizar como un cuarto componente de las tres que integran al espacio tridimensional. Ante ello, el pensamiento solo se puede valer de representaciones incómodas, a través de secciones transversales colocadas sobre una *variedad* tetradimensional² o 4-variedad matemática.

Para dar una respuesta técnica a la ambigüedad del cuarto componente, Reichenbach definió un sistema rígido del espacio vacío, que denominó S' , que a su vez involucra las leyes de Newton. En cuanto al sentido operativo de la métrica supuesta en el sistema, conjeturó *que numerosos puntos de masa giran al azar en el espacio vacío. En cada uno de estos puntos hay un observador y estos observadores pueden comunicarse entre sí mediante señales*. Los observadores cuentan cada uno con un reloj sincronizado que les permite medir el tiempo t_1 de salida de una señal, desde un punto A de una de las masas, hasta otro t_2 de llegada B, Figura 1, de modo que la señal de luz emitida sea devuelta de nuevo a la masa A desde la masa receptora B. La longitud AB es luego medida en *unidades de tiempo* $t_2 - t_1$. Las medidas cronológicas son congruentes con las medidas longitudinales, por ejemplo, $t_2 - t_1 = 0.2$ segundos de tiempo, se equiparan con $l = 10.5$ kilómetros que separan a las masas.

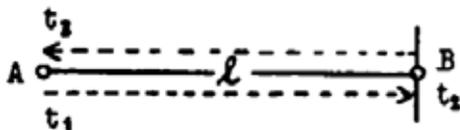


Figura 1: Viaje redondo de una señal de luz. Fuente: Reichenbach (1957, p. 126)

1 Véase la traducción al inglés en Reichenbach (1957).

2 Una variedad es el objeto geométrico estándar en la matemática que generaliza la noción intuitiva de curva (1-variedad) y de *superficie* (2-variedad) a cualquier dimensión y sobre cuerpos diversos (no necesariamente el de los números reales).

Para justificar su propuesta, Reichenbach hubo de definir una herramienta matemática de axiomas y proposiciones que se enlazan con la realidad física del espacio vacío. En este modelo, el *tiempo métrico* depende de tres definiciones coordinadas. La primera es contar con una *unidad de tiempo* que permita medir la longitud de un intervalo entre dos masas en función del tiempo. La segunda va de acuerdo con la *uniformidad* y refiere la comparación sucesiva de diferentes intervalos de tiempo. La tercera es la ley de *simultaneidad* establecida por Einstein, $t_2 = + \epsilon (t_3 - t_1)$, para $0 < \epsilon < 1$, y concierne a la comparación de intervalos de tiempo, que son paralelos a otros contenidos en diferentes puntos de masa del espacio. A partir de esas tres definiciones, determinó también la *ley de igualdad* de medidas de tiempo entre dos longitudes AB y AC, que se simboliza en la imagen de la Figura 2.

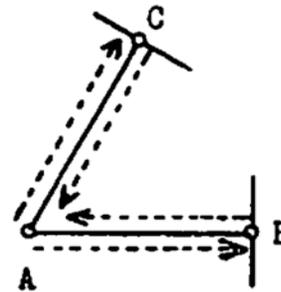


Figura 2: Definición de igualdad de distancias espaciales en función de la medida de intervalos de tiempo. Fuente: Reichenbach (1957, p. 170)

La estructura del espacio-tiempo, establecida por Reichenbach, se funda sobre la noción de un orden temporal con el que se pretende derivar las propiedades métricas del espacio. Ese orden reduce las medidas espaciales a medidas temporales y lleva a afirmar que el tiempo se encuentra, lógicamente primero, en relación con el espacio. En porciones del espacio más limitadas, como la superficie de la Tierra, la generalización de esas ideas adquirieron una materialización importante que se tradujo en el diseño y construcción de instrumentos de medición, a mediados del siglo XX, que originalmente medían las longitudes usando para ello al tiempo, como se comenta enseguida.

El telurómetro

Las ideas de Reichenbach se materializaron, en 1954, cuando el Coronel H. A. Baumann, Director of the South

African Department of Trigonometrical Survey, construyó el primer *telurómetro*, del inglés *tellurometer*. La herramienta fue diseñada como un dispositivo de medición del tiempo, con el cual fue posible realizar mediciones de hasta 50 kilómetros entre dos estaciones A y B dispuestas sobre el terreno. Ello fue factible al medir la fase de una frecuencia que se modulaba en un aparato emisor, conocido originalmente como *Maestra*, enviada a otro llamado *Remota*. En los primeros instrumentos, este proceso dio una lectura en nanosegundos, la cual fue necesaria traducirse en pies, del sistema inglés, al multiplicar por la velocidad de las ondas de radio y corregidas por el índice de refracción del aire.

En el mercado, el telurómetro apareció en 1968. Fue reconocido por las siglas MA-100. Los instrumentos se colocaban en cada extremo de la línea por medir en el terreno y se estableció un enlace de radio entre los operadores. El enlace se mantenía continuamente durante el proceso de medición y las tareas de *limpieza* de alineación y operación se desarrollaban utilizando la propia comunicación. La medición de la intensidad de la señal se lograba a través de la *onda portadora*, al medir la fase de la frecuencia que se modulaba en el aparato emisor. El telurómetro evolucionó a lo largo de 20 años con mejores especificaciones y alcances:

Los instrumentos posteriores usaron frecuencias que dieron lecturas directamente en metros, ya corregidas para un índice de refracción promedio y dispuestos en una secuencia que dio una serie de diferentes Patrones de Longitud. Mientras el proceso de lectura se realizaba manualmente, en estos patrones las frecuencias se determinaban en múltiplos de diez para evitar la ambigüedad y facilitar el cálculo. Con lecturas digitales, por supuesto, esto ya no es necesario y los patrones de longitud se eligen para adaptarse a los sistemas de procesamiento (Sturman & Wright, 2008).

En 1986, 18 años después de la introducción del MA-100, se produjo el MA-200. Con este último, se lograron capturar datos realizando hasta 50 mediciones por segundo, midiendo vibraciones estructurales de hasta 25Hz. La precisión fue lo suficientemente mejorada hasta los ± 0.5 mm para longitudes sobre la superficie de la Tierra de hasta 50 kilómetros, dependiendo de las mediciones, de naturaleza topográfica o geodésica. Actualmente, se desarrollan utilizando sistemas GPS que evitan el traslado de instrumentos, o bien el uso de Estaciones Totales para porciones de terreno más limitadas.

A pesar del alcance tecnológico en las mediciones temporales-longitudinales actuales, expresiones como: $t_2 - t_1 = 0.2$ segundos de tiempo, se equiparan con $l = 10.5$ kilómetros que separan a las masas, dicen poco de la propia naturaleza del tiempo y su significado. La afirmación de que los 86,400,000 codos geográficos egipcios que mide la circunferencia de la Tierra se puedan descomponer en los factores de un año lunar por el período sinódico del planeta Venus, como: $384 \times 225 \times 1,000$, guarda un significado profundo que pertenece a la ciencia antigua, en el cual intentaremos penetrar.

Metrología antigua

Pie egipcio

Los primeros documentos rescatados de Mesopotamia y Egipto indican que el sistema de medidas estaba sustentado en un pie de 0.3 m, simbolizado como , que evolucionó de otro que se utilizaba en los 0.2992 m. Esta unidad se conoce generalmente como *pie egipcio*. Fue la unidad de medida estándar desde tiempos predinásticos y hasta el primer milenio antes de Cristo. Su valor fue determinado primero por Isaac Newton a partir de intentar obtener las dimensiones de la Cámara del Rey, que se encuentra al interior de la Gran Pirámide de Guiza y se verificó con certeza a principios del siglo XIX cuando se desarrollaron estudios como resultado de la expedición napoleónica a Egipto, cuyos ingenieros tuvieron la encomienda de establecer la *norma* de medida egipcia. Según Stecchini (1971):

La precisión absoluta y la fiabilidad de este dato es una adquisición extremadamente valiosa, ya que la mayoría de los metrologos del siglo XIX han llegado a estar de acuerdo en que el pie egipcio es la unidad básica de longitud del mundo antiguo.

Newton estimó que el lado de la pirámide de Guiza es próximo a los 692.8 pies ingleses (p.i) (*Dissertation cubit*), al considerar el *codo real* que apreció en los 1.732 p.i, *toda vez que 100 codos reales egipcios son como 400 codos de Memphis*³ (Morrison, 2011, p. 67). Al efectuar las conversiones pertinentes para un pie inglés de 0.304800609601219 metros, el codo real vendría a ser de 0.527914625 metros, próximo a los 0.525 metros, que algunos investigadores han supuesto. Ello permite deducir que el lado en metros de la pirámide de Keops en Guiza, desde el punto de vista de Newton, es de 211.166 metros, puesto que $211.166 \div 0.527914625 = 400$ codos de Memphis.

3 Antigua capital de Egipto, cercana a la ubicación actual del Cairo

Sin embargo, mediciones precisas realizadas a la pirámide a principios del siglo XX, fincan una media para el lado de la base cercana a los 230.4 metros, que en pies ingleses se aproxima a los 755.904, cuya magnitud es considerablemente alejada de aquella que propuso Newton. La discusión de Newton procedía de la postura de John Greaves, investigador de la Universidad de Oxford, quien midió el lado Norte de la pirámide de Guiza dejándolo en 693 p.i. Esa longitud es próxima a los 213.6519 metros, con un error de 16.7481 metros, respecto a la de 230.4 metros, que se estima actualmente, error que se deduce de la gran acumulación de arena en la base de la pirámide, que estuvo en su contra. Newton casi alcanzó la cifra correcta al calcular las dimensiones de la Cámara del Rey, pero llegó a una magnitud diferente de los datos de Greaves sobre el lado de la pirámide. La cifra correcta es ligeramente parecida a los 747 p.i.

A pesar de la certeza en el reconocimiento de los fragmentos antes citados, nada indica su veracidad en la medición y levantamiento de las pirámides, salvo el pie egipcio de 0.3 m, que como se verá se encuentra en la norma de la edificación de la Gran Pirámide, como seguiré llamando a la pirámide de Keops.

Codo geográfico

En la misma dirección de los fragmentos de medida utilizados en Egipto, para extensiones geográficas más amplias, Stecchini (1971) descubrió la utilidad de un *codo geográfico* egipcio de 0.461693504 metros, rescatado de sus propias investigaciones. En lo personal, lo he revalorado estimándolo en los 0.4619836247 metros, con una diferencia significativa de 0.00029012 m. Se aclara más adelante esta postura. Incluso, el codo real descubierto por Newton de 0.527914625 metros, mide realmente 0.52498139 metros, casi los 0.525 metros, toda vez que se desprende del primero. Los tres casos son conjeturas que se validan en el contexto de las mediciones geográficas y astronómicas desarrolladas por los ingenieros egipcios. Mostraré, enseguida, que estos fragmentos: el pie egipcio de 0.3 metros, que llamaré *unidad de medida local*, así como el codo geográfico de 0.4619836247 metros y codo real de 0.52498139 metros, utilizados para las mediciones geodésicas, determinaron dos contextos de uso para la medición de las pirámides y otras estructuras, toda vez que, como fragmentos del instrumento de medición, se desprendían de un sistema de medidas que he reconocido como Sistema Astronómico de Medición Universal.

Arco de meridiano egipcio

Grado geográfico

En las mediciones geodésicas, el sistema egipcio de medidas tuvo su punto de partida en la unidad básica llamada *codo geográfico* (c.g) de 0.4619836247 metros. Ese fragmento se correspondía con la longitud de arco del territorio egipcio, considerado en los 7° 30' ubicado entre las latitudes 24° 00' Norte y 31° 30' Norte, (Stecchini, 1971). Esta última comprende la desembocadura del río Nilo y corta en dos partes iguales al Delta, cercana a la capital predinástica Behdet. Esa misma línea de igual longitud geográfica culmina directamente hacia el Sur en los 24° 00' Norte, próximo al vértice donde el Nilo cruzaba al Trópico de Cáncer, que en esa época se encontraba en los 23° 51' de latitud Norte, contigua a la primera Catarata del Nilo en la antigua ciudad de Aswan.

El intervalo de 7° 30' fue estimado por geógrafos egipcios en 1,800,000 codos geográficos (3,896,242 metros). La definición involucra que a un 1° geográfico le correspondieran 240,000 c.g. a la vez que estos últimos fueran como 360,000 pies geográficos (p.g), de modo que un pie geográfico p.g quedara como: $p.g = \frac{2}{3} \times 1 \text{ c.g} = 0.3079890827$ metros.

Según el valor asignado por los egipcios al grado de meridiano en los 240,000 c.g, un círculo máximo que pasa por los polos cuenta con un perímetro de 86,400,000 c.g; es decir: 39,915,385.11 metros (calculado a partir del codo geográfico que he propuesto en 0.4619836247 metros). Tanto el codo geográfico, como la circunferencia máxima, dependen completamente de magnitudes astronómicas que devienen al movimiento planetario, lo cual da certeza y estructura al sistema de medición. Como ya se mencionó, los 86,400,000 codos geográficos, son representados por el producto de un año lunar de 384 días y el período sideral de Venus, escalados en 1,000 unidades, es decir:

$$86,400,000 = 1,000 \times 384 \times 225 \text{ c.g.}$$

Los números π , y $\sqrt{2}$ en la Gran Pirámide

El centro de la pirámide de Guiza se ubica en una latitud aproximada de 30° Norte. La longitud en arco que hay de la latitud 24°, donde inicia el territorio egipcio, hasta el centro de la pirámide, es de 6°, que en c.g corresponde a una longitud que en la antigüedad se conocía como *marca itineraria* de 1,440,000 c.g (664,615.3848 metros), determinada con una simple regla de tres, que se puede expresar en magnitudes astronómicas en producto con el año lunar de 384 días, o bien con el período sideral del planeta Venus, como:

$$1,440,000 = 384 \times 3,750 = 225 \times 6,400 \text{ codos geográficos}$$

La Gran Pirámide de Guiza es de base cuadrada, mide 230.4 metros por lado determinados a partir de la triangulación trigonométrica desarrollada a principios del siglo XX por el topógrafo inglés T. H. Cole y las propias apreciaciones teóricas de Stecchini, quienes obtuvieron las siguientes estimaciones, por lado, en metros ⁴:

Norte: 230.351

Sur: 230.454

Este: 230.391

Oeste: 230.357

que promedian por eje, N-S, E-W, 230.38825 metros, con una diferencia respecto a la de 230.4 de 1.75 centímetros. La diagonal del cuadrado partida por la mitad viene a ser de 162.9174 metros. Mientras que la altura fue calculada por él mismo en 146.71 metros. Esta última la propongo en 146.701388... metros, con una diferencia respecto a la magnitud determinada por Cole, de 8.612 milímetros. Ambas magnitudes ($l = 230.4$ y $h = 146.701388...$) hacen que el ángulo en la cúspide de la pirámide formado por el triángulo isósceles, figurado por la diagonal y altura, sea de 96° sexagesimales, o 48° para cada uno de los triángulos rectángulos, mientras que la pendiente de las aristas que forman resulta de 0.9 metros.

La medición de la pirámide guarda correspondencia, tanto con el pie egipcio de 0.3 metros como con el codo geográfico de 0.4619836247 metros. La traslación de metros del lado y altura en ambos fragmentos está dada por:

$$230.4 \div 0.3 = 768 \text{ p.e.};$$

$$230.4 \div 0.4619836247 = 498.7189755 \text{ c.g}$$

$$146.701388... \div 0.3 = 489.0046267 \text{ p.e}$$

$$146.701388... \div 0.4619836247 = 317.5467271 \text{ c.g}$$

Observe que la mitad de la diagonal de la base, 162.9174 metros, resulta ser de:

$$384 \times \sqrt{2} = 543.058008 \text{ p.e}$$

En codos geográficos esta última queda como $162.9174 \div 0.4618836247 = 352.64757$.

Resultados preliminares

Las primeras consecuencias, que se aprecian en las magnitudes calculadas anteriormente, en pies egipcios y codos geográficos se enumeran enseguida:

4 Cole procedió a su estudio impulsado por el egiptólogo y arquitecto Ludwing Borchardt, quien pensó que mediciones precisas ayudarían a separar los hechos de la ficción en el asunto de la geometría de la Pirámide. Los resultados que aquí se presentan pretenden explotar la precisión de las medidas logradas por Cole a través de la triangulación trigonométrica desarrollada sobre el yacimiento de Guiza. Cabe decir que la triangulación se efectuó sobre otra que había desplegado en la planicie de Guiza el técnico inglés Flinders Petrie entre 1880 y 1882.

1. El lado de 768 p.e de la Gran Pirámide corresponde a dos años lunares de 384 días cada uno, puesto que: $384 \times 2 = 768$. De aquí que la longitud de la base fue medida en unidades de tiempo a partir de dos años lunares de 384 días cada uno.

2. La proporción entre el lado de 768 p.e. y la altura de 489.0046267 p.e., establecen la mitad del número racional que llamaré π_1 , este es:

$$768 \div 489.0046267 = 1.570537288 = \pi_1/2$$

De aquí que $\pi_1 = 3.141074556$.

3. La diferencia de este último con el valor del número irracional π es de 0.00051807855. La explicación de la aparición del racional π_1 en la geometría de la pirámide es muy sencilla, puesto que hace la misma función del irracional π , principalmente para la determinación de áreas y longitudes de segmentos circulares, cuyo resultado destaca magnitudes astronómicas.

4. Si bien π_1 forma parte de la estructura numérica de la pirámide, realmente se origina de magnitudes astronómicas que tienen que ver con las revoluciones de la Luna. La manera de definirlo es a través del producto del año lunar sideral de 354.4615... días y el ciclo sinódico de 29.53846... días del mismo satélite, o bien aquel de los movimientos que corresponden al año lunar sinódico de 384 días y a su período sideral de 27.26627... días. De manera equivalente resulta:

$$\begin{aligned} \pi_1 &= 3.141074556... \\ &= (3.544615... \times 2.953846...) \div 3.333... \\ &= (3.84 \times 2.726627...) \div 3.333... \end{aligned}$$

La determinación muestra la naturaleza astronómica y racional del número.

5. Si los geógrafos egipcios concibieron la circunferencia de la Tierra, que pasa por los polos, en los 86,400,000 codos geográficos, entonces su radio polar R resulta de la siguiente operación:

$$R = 86,400,000 / (2 \times \pi_1) = 13,753,255.21 \text{ c.g.}$$

Que en metros se puede expresar como

$$13,753,255.21 \times 0.4619836247 = 6,353,778.693 \text{ metros}$$

Con una diferencia despreciable respecto a la cantidad que se acepta actualmente para el radio polar (6,356,000 metros) de 2.22 kilómetros.

6. Por su lado, el cociente de la diagonal de la base $d = 1,086.1160116$ p.e., con la altura de la pirámide h

=489.0046267 p.e, resulta ser:

$$d/h = 1,086.1160116 / 489.0046267 = \mathbf{2.221075133... p.e.}$$

Pero, esa magnitud, 2.221075133..., también, es la proporción entre $\pi_1 = 3.141074556...$ y $\sqrt{2}$, puesto que:

$$d/h = 2.221075122... = 3.141074556 / 1.414213562... = \pi_1 / \sqrt{2},$$

Donde $\sqrt{2}$ resulta ser el irracional conocido: 1.4142135623730950488016...

7. El valor asignado en metros al codo geográfico 0.4619836247, es determinado por el producto de las magnitudes que destacan de la pirámide de Guiza, o sea:

$$0.4619836247 = 0.104 \times \pi_1 \times \sqrt{2}$$

En este último el factor 0.104, resulta de dividir un milésimo del sínodo de 780 días del planeta Marte por los 7.5° que determinan la región egipcia, o sea:

$$0.4619836247 = (0.78 \div 7.5) \times \pi_1 \times \sqrt{2}$$

8. El codo real descubierto por Newton estimado en 0.525 metros se deduce del codo geográfico a partir de multiplicar este último por la proporción que hacen la revolución sinódica de 780 días del planeta Marte y aquella de 686.4, que corresponde a su movimiento sideral (actualmente se acepta en los 686.97 días (Camacho, 2017)), esto es:

$$0.4619836247 \times (780 \div 686.4) = 0.524981391 \text{ metros}$$

El fragmento representa solamente un *cambio de escala* del sistema de medición egipcio.

9. La magnitud itineraria de 240,000 c.g. de un grado de latitud en la región egipcia, corresponde a dividir la cantidad 8,125 por un mes sinódico lunar de 29.5384615... días, o sea:

$$240,000 = 8,125 \div 29.5384615...$$

Observe que la cantidad de 8,125 c.g. multiplicada por 45 determina 1,000 años solares de 365.625 días, puesto que: $8,125 \times 45 = 365,625$.

10. La magnitud en metros del *estadio* citado por Aristóteles, que como se vio mide 216 c.g, resulta ser de $0.216 \times 0.4619836247 = \mathbf{99.7846}$ metros.

Base geodésica en Teotihuacán

Longitud entre las pirámides del Sol y Quetzalcóatl

Los primeros levantamientos topográficos ejecutados en el sitio de Teotihuacán, ubicado al norte-este de la Ciudad

de México, fueron desarrollados por el arquitecto mexicano Ignacio Marquina a principios del siglo XX y consignados en su obra titulada *Arquitectura Prehispánica*, que condensa mediciones importantes realizadas a otros sitios de la región Mesoamericana (Marquina, 1951). Las mediciones más precisas fueron llevadas a cabo durante el año 2010 por el arqueólogo de origen japonés Saburo Sugiyama, quien utilizando una Estación Total⁵, determinó varias de las longitudes más representativas del sitio (Sugiyama, 2010).

Sugiyama observó una regularidad en las medidas levantadas al dividir las por un fragmento de 0.83 metros, que reconoció como *yollotl* (Matos-Moctezuma y López Luján, 2010; Dehouve, 2011, Camacho, 2017), o sea el instrumento de medición que utilizaron grupos mesoamericanos para edificar templos-pirámides y otras estructuras. En la planta topográfica que se muestra en la Figura 3, se aprecian las medidas en metros logradas con la estación total y en la parte inferior su traslación a yollotls. Observe que la distancia más larga de 2,156.86 metros, que va de los extremos en que se ubica el sitio, al dividirse por 0.83 metros da por resultado la magnitud de 2,598.63 yollotls. Esta última, se aproxima a 2600 unidades que a su vez refieren 10 años rituales de 260 días, o sea 10×260 , comentado líneas arriba.

Las figuras sugieren que las dimensiones originales fueron probablemente determinadas para simbolizar el más importante ciclo ritual de 260 días (p. 139).

Así trasladadas, fueron denominadas por el autor unidades TMU (Teotihuacan Measurement Unit), reconocidas bajo esa concepción desde los años 1983 y 1993. La traslación a unidades TMU de las mediciones, principalmente en las plataformas sobre las que se construyeron las pirámides, muestra una uniformidad que les hace tender a números múltiplos del año ritual. Por ejemplo, la longitud perpendicular a la longitud larga antes mencionada mide 431.14 m, que dividida por un yollotl de 0.83 metros, resulta: 519.44, la cual se aproxima a dos años rituales de 260 días, o sea: 520 TMU.

Sin embargo, las longitudes medidas en el sitio adquieren una dimensión y significado diferente si se trasladan a codos geográficos egipcios de 0.4619836247 metros, toda vez que son proporcionales con las propias magnitudes involucradas en el yacimiento de Guiza, como doy a conocer enseguida. (Figura 3)

En la imagen de la Figura 3, destaca la longitud de 1,194.99 metros que hay entre los centros de las pirámi-

5 Aparato electro-óptico utilizado en topografía, cuyo funcionamiento se apoya en la tecnología electrónica. Consiste en la incorporación de un distanciómetro y un microprocesador a un teodolito electrónico.



Figura 3: Mapa de los principales edificios de Teotihuacán. Al Norte, a la izquierda, la Pirámide de la Luna, al centro la del Sol y al Sur la de Quetzalcóatl. Fuente Sugiyama (2010).

des del Sol y el conocido como Templo de Quetzalcóatl, ubicado al centro del promontorio de la Ciudadela.

Para dar certeza a la longitud de 1,194.99 metros entre ambas pirámides, determiné esta última estimándola en 1,194.97 metros, haciendo uso del *software* conocido como Google Earth Pro, la estimación se muestra en la fotografía colocada en la Figura 4. Con el mismo *software*, a partir de varias mediciones, la longitud entre los centros de las pirámides del Sol y la Luna, que hacen un total de 796.673 metros, Figura 5 (en esta imagen se aprecia una de las estimaciones que hice de esa longitud en los 797.16 metros). El lector puede verificar fácilmente que ambas magnitudes se encuentran en proporción como $3 \div 2$.

El siguiente paso fue suponer que, en el origen de su diseño y construcción, ambas magnitudes en metros (1,194.99, 796.673) habían sido medidas en codos geográficos egipcios de 0.4619836247 metros. Además, otro supuesto importante fue decidir que las dos magnitudes forman parte de una *base geodésica*, señalada por las longitudes que configuran las tres pirámides. Una base geodésica se caracteriza por la precisión milimétrica con



Figura 5: Longitud entre los centros de las pirámides del Sol y la Luna en Teotihuacán, según el programa Google Earth Pro. Fuente: Determinado en el programa Google Earth Pro, por parte del autor.

la que fue realizada la medición de la longitud entre sus extremos y pudiera, en este caso, formar parte de un tramo de meridiano, aun cuando esto último no lo puedo afirmar. (Figura 4)

El siguiente supuesto fue considerar que ambas magnitudes se encuentran en proporción con la magnitud itinerante del arco de meridiano egipcio de 240,000 c.g que representa 1º sexagesimal mirado desde el centro de la Tierra. (Figura 5)



Figura 4: Longitud entre los centros de las pirámides del Sol y Quetzalcóatl en Teotihuacán. Fuente: Determinado en el programa Google Earth Pro, por parte del autor. De modo que traslade ambas longitudes a ese sistema, queda como (1,194.99 metros, 796.673 metros)» » » (2,586.65 c.g, 1,724.4629 c.g)

Como se vio anteriormente, esta última se puede expresar como

$$240,000 = 8,125 \div 29.5384615\dots$$

Para mejor comprender las proporciones entre el arco de meridiano egipcio de 240,000 c.g. y las magnitudes entre la base que forman las pirámides de Teotihuacán, describo cada una de estas a partir del número 8,125, en la forma:

Arco de meridiano según la concepción egipcia:

$$240,000 = 8,125 \times 29.5384615\dots$$

Longitud entre la pirámide del Sol y el templo de Quetzalcóatl:

$$2,586.694 \text{ c.g.} = 8,125 \div \pi_1$$

Longitud entre las pirámides del Sol y la Luna:

$$1,724.463 = 8,125 \div (\pi_1 \times 1.5)$$

De aquí que las proporciones entre el arco de meridiano egipcio y las longitudes entre las pirámides resultan ser las siguientes:

Para la longitud entre las pirámides del Sol y Quetzalcóatl:

$$(8,125 \times 29.5384615\dots) / (8,125 \div \pi_1) = 29.5384615\dots \times \pi_1$$

Para la longitud entre las pirámides del Sol y la Luna:

$$(8,125 \div 29.5384615\dots) / (8,125 \div (\pi_1 \times 1.5)) = 29.5384615\dots \times (\pi_1 \times 1.5)$$

Para la suma de las longitudes entre las pirámides de Sol-Quetzalcóatl y Sol-Luna, que configuran la base:

$$2,586.694 + 1,724.463 = 4,311.1575 = 8,125 \div (\pi_1 \times 0.6), \text{ resulta la proporción:}$$

$$(8,125 \div 29.5384615\dots) / (8,125 \div (\pi_1 \times 0.6)) = 29.5384615\dots \times (\pi_1 \times 0.6)$$

Ello significa que la base trazada en el sitio de Teotihuacán fue diseñada a partir del propio arco de meridiano egipcio, en una proporción dispuesta a partir de los números que destacan de la geografía egipcia, respecto de este último

$$29.5384615\dots \times \pi_1 \times 0.6 \text{ c.g.}$$

Sin embargo, si bien he utilizado el arco de un grado de meridiano de 240,000 c.g. como un referente para estudiar las proporciones que se guardan entre este y las magnitudes de las pirámides de Teotihuacán, otro de ellos es la altura de la pirámide de Guiza, estimada en 317.5467271 c.g., como se vio líneas arriba. La altura de la pirámide es en realidad una *norma* o patrón de la que se origina el

complejo numérico-astronómico que comprenden los dos yacimientos, puesto que esta última se puede disponer a partir del número 8,125, como:

$$8,125 \div (\pi_1 \times \sqrt{2} \times 1.5 \times 3.84) = 317.5467271,$$

luego, va a proporcionar a las magnitudes involucradas con las pirámides de Teotihuacán, dado que también son múltiplos del número 8,125, así como de π_1 y $\sqrt{2}$. Mostraré esto último con la longitud total, 4,311.157351 c.g. de la base que determinan las longitudes entre las tres pirámides. La proporción de esta, con la altura de la pirámide de Guiza, viene a ser:

$$4,311.157351 \div 317.5467271 = 6\sqrt{2} \times 1.6$$

En esa proporción el número 1.6 representa la constante entre el ciclo sinódico de 585 días del planeta Venus, respecto del año solar de 365.625 días. De modo que también se puede mirar a través de tales revoluciones como

$$4,311.157351 \div 317.5467271 = 6\sqrt{2} \times (585 \div 365.625)$$

Además, la proporción de la altura 317.5467271 c.g., con el arco egipcio de 240,000 c.g. es:

$$240,000 \div 317.5467271 = (\pi_1 \times \sqrt{2} \times 1.5 \times 3.84) \div 29.5384615\dots$$

Con todo y lo anterior, el radio $R = 13,753,255.21$ c.g. de la Tierra calculado bajo la concepción egipcia, proporciona a través de números astronómicos, también, a las magnitudes de ambos sitios hasta aquí mostradas. Por ejemplo, la proporción de R con la mitad de la diagonal de la base 352.64757 c.g. de la pirámide de Guiza, resulta ser de:

$$13,753,255.21 \div 352.64757 = 39,000 \text{ c.g.}$$

Que evidentemente significan 50 revoluciones sinódicas del planeta Marte, puesto que:

$$39,000 = 780 \times 50$$

La proporción de R con la magnitud de la base en Teotihuacán que atraviesa las tres pirámides, de 4,311.15735 c.g. queda como

$$13,753,255.21 \div 4,311.15735 = 384 \times (108 \div 13) \text{ c.g.}$$

Donde 108 es un número de naturaleza astronómica, representado por múltiplos del año solar y el mes lunar sinódico, como:

$$108 = 36.5625 \times 2.95384615\dots$$

Localmente, la altura de 65 metros de la pirámide del Sol fue el patrón para levantar los monumentos del sitio. Esta última corresponde a los 140.6976 codos geográficos, que norma a la longitud entre las pirámides. En el caso de la magnitud de 2,586.6944 c.g., entre aquella del Sol y la de Quetzalcóatl.

Esta última guarda una proporción significativa con la altura de la primera, o sea:

$$2,586.6944 \div 140.6976 = 13 \times \sqrt{2}$$

Esta manera de expresar la proporción como $13 \times \sqrt{2}$ debió hacer posibles los trazos y el levantamiento monumental. Si la misma operación se realiza con la suma de las dos longitudes, 4,311.157351, que determinan ambas pirámides, queda:

$$4,311.157351 \div 140.6976 = 21.666... \times \sqrt{2}$$

Donde la magnitud 21.666... resulta ser 20 veces la constante 1.08333... que proporciona las revoluciones de la Luna.

Conclusiones

El arco de meridiano que se acepta actualmente para 1º sexagesimal, es de un orden ideal aproximado de 111,111.111... metros, que en codos geográficos viene a ser de 240,508.765. Esta estimación hace una diferencia con el arco de meridiano egipcio de 508.765 c.g., o sea 235.04 metros. Ambas magnitudes solo toman valor para latitudes cercanas entre los paralelos que figuran el Ecuador y aquel de latitud 31.5º, dispuestas sobre una proyección oblonga de Mercator, puesto que el planeta Tierra es por sí mismo una esferoide irregular, en el que las magnitudes de arco para 1º varían significativamente más allá de los 31.5º. Ello indica que las magnitudes asumidas en este estudio son válidas para ese intervalo, toda vez que las incluye, aun cuando el radio ecuatorial de la Tierra no se ha tomado en consideración. Además, la base geodésica teotihuacana se encuentra en un intervalo de tiempo de 64'' de arco. El cociente de 3,600'' que corresponde a 1º de arco con este último, es de 56.25'', que resulta ser un cuarto del ciclo sideral de 225 días del planeta Venus.

El sistema antiguo de medición que he puesto en evidencia y que líneas arriba mencioné como Sistema Astronómico de Medición Universal (SAMU), guarda la característica, como ya dije, de *medir* al espacio. En este sentido, el espacio y el tiempo van de la mano dándose significado mutuo. No es difícil verificar que el SAMU fue utilizado para medir y levantar los templos-pirámides mesoamericanos, cercanos al inicio de la era cristiana. Principalmente, su utilidad se encuentra en el trazo y la medición que se hizo de las magnitudes de las pirámides totonacas próximas al Golfo de México, así como en aquellas de la cultura Olmeca. Sin embargo, el S.A.M.U evolucionó con el advenimiento de Xochicalco y la desaparición de la civilización teotihuacana, en un nuevo sistema de medidas que se caracteriza por contener fragmentos conocidos como *unidades T*, (Camacho, 2017) que, a su vez, se subdividen en otros fragmentos llamados *yollotls* y *pies*,

el primero de ellos ya mencionado, que son determinados por el propio codo geográfico egipcio.

Entiendo que el lector deba haberse planteado una buena cantidad de cuestionamientos, es difícil en tan poco espacio ir más allá en las explicaciones. Agregaré que los estudiosos de la antigua metrología, es el caso de los citados Greaves, Newton y Stecchini, no atinaron a entender que detrás de las dimensiones de los monumentos se encuentra un sistema de medición de naturaleza astronómica, articulado por los números que representan el movimiento planetario. Esa falta de entendimiento del sistema se debió, principalmente, a que antepusieron en sus investigaciones el supuesto de que las longitudes espaciales fueron en su origen medidas partiendo de una postura antropocéntrica. En algunos casos, por ejemplo, Stecchini intentó siempre aproximar las magnitudes con el ancho de los dedos de la mano, postura que incluso ha viciado las investigaciones que posteriormente se han llevado a cabo.

En lo personal no me preocupa reconocer cómo se dieron las relaciones que acarrearón esos conocimientos entre civilizaciones tan alejadas en el tiempo y espacio. Ese será trabajo de otros especialistas. Por su lado, la credibilidad de los resultados numéricos que he expuesto se deriva de la precisión con la que las magnitudes involucradas fueron medidas, en algunos casos ± 1 cm, toda vez que los instrumentos de medición utilizados son tecnológicamente confiables, lo que hace factible en todo momento, y a los investigadores que lo deseen, reproducir el estudio para verificar su veracidad.

Unos 4500 años después de que el S.A.M.U. había sido utilizado y perfeccionado por los ingenieros egipcios, y cerca de 1,800 años después que los teotihuacanos lo hicieron suyo, en Francia fue establecido el que todavía se conoce como Sistema Métrico Decimal, que nació sin el dinamismo que el tiempo sideral impuso al propio S.A.M.U.

Referencias

- Camacho, A. (2017). *Astronomical magnitudes in the Santa María la Asunción codex*. IOSR Journal of Humanities and Social Science (IOSR-JHSS) 22 (2), Ver. V pp. 82-92^[1]_{SEP17}. ISSN: 2279-0837, p-ISSN: 2279-0845. www.iosrjournals.org. DOI 10.9790/0837-2202058292, <http://www.researcherid.com/rid/C-6849-2017>
- Cole, J. H. (1925). *Determination of the exact size and orientation of the Great Pyramid of Giza*. Cairo: Government Press.

- Dehouve, D. (2011). *L'imaginaire des nombres chez les anciens Mexicains*. Presses Universitaires de Rennes.
- Google Earth (Pro: 7.3.0.3832) [software libre]. (2004). Google, obtenido de <https://google-earth.softonic.com/mac>
- Marquina, I. (1951). *Arquitectura prehispánica*. México: Memorias del Instituto Nacional de Antropología e Historia, I.N.A.H-S.E.P.
- Matos-Moctezuma, E. y López, L. (2010). *Escultura monumental mexicana*. México: Fundación Conmemoraciones.
- Morrison, T. (2011). *Isaac Newton's of Salomon and Reconstruction of Sacred Architecture*. DOI 10.1007/978-3-0348-0046-4_6, © Springer Basel AG.
- Newton, I. (1728). *The chronology of ancient kingdoms amended*. London: Tonson, Osborne and Longman Editors.
- Reichenbach, H. (1957). *The philosophy of space & time*. New York: Dover Publications Inc.
- Stecchini, L. (1971). *A History of Measures*. s.f. Disponible en: <https://www.metrum.org>. Acceso: 20 diciembre de 2017.
- Sturman, B. & Wright, A. (2008). *The History of Tellurometer*. HS 1 - Session 1 Integrating the Generations^[1] FIG Working Week, Stockholm, Sweden 14-19 June 2008.
- Sugiyama, S. (2010). *Teotihuacan city layout as a cosmogram*. En: *The archaeology of Measurement. Comprehending heaven, earth, and time in ancient societies* (Edited by Iain Morley and Colin Renfrew). Cambridge University Press, pp. 130-149.